

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Борисова Виктория Валерьевна
Должность: Ректор
Дата подписания: 01.07.2025 22:50:07
Уникальный программный ключ:
8d665791f4048370b679b22cf26583a2f341522e

Негосударственное образовательное частное учреждение высшего образования
«МЕЖДУНАРОДНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ПСИХОЛОГО-ПЕДАГОГИЧЕСКИХ ИННОВАЦИЙ»

УТВЕРЖДАЮ:

Ректор
НОЧУ ВО «МУНИМ»



В.В. Борисова

«01» апреля 2023 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ
Математика

направление подготовки
38.03.04 Государственное и муниципальное управление

Профиль подготовки:
Региональное и муниципальное управление

Квалификация (степень) выпускника – бакалавр

Форма обучения
Очно-заочная

Москва 2022 г.

1. Перечень планируемых результатов изучения дисциплины, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

В рамках освоения основной профессиональной образовательной программы бакалавриата обучающийся должен овладеть следующими результатами обучения по дисциплине «Математика»:

Код и наименование компетенций	Индикаторы достижения компетенции
УК-1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	ИУК-1.1. Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие ИУК-1.2. Осуществляет поиск, критически оценивает, обобщает, систематизирует и ранжирует информацию, требуемую для решения поставленной задачи ИУК-1.3. Рассматривает и предлагает рациональные варианты решения поставленной задачи, используя системный подход, критически оценивает их достоинства и недостатки
УК-6. Способен управлять своим временем, выстраивать и реализовывать траекторию саморазвития на основе принципов образования в течение всей жизни	ИУК-6.1. Использует инструменты и методы управления временем при выполнении конкретных задач, проектов, при достижении поставленных целей ИУК-6.2. Определяет приоритеты собственной деятельности, личностного развития и профессионального роста

2. Место дисциплины в структуре ОПОП

Учебная дисциплина Б1.О.07 «Математика» относится к обязательной части цикла Б.1 «Дисциплины (модули)».

3. Объем дисциплины в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Общая трудоемкость (объем) дисциплины «Математика» составляет 4 зачетные единицы.

Объём дисциплины по видам учебных занятий (в часах) – очно-заочная форма обучения

Вид учебной работы	Всего часов	Семестры	
		1	-
Аудиторные занятия (всего)	36	36	-
В том числе:	-	-	-
Лекции	18	18	-
Практические занятия (ПЗ)	18	18	-
Семинары (С)	-	-	-
Лабораторные работы (ЛР)	-	-	-
Самостоятельная работа (всего)	72	72	-
В том числе:	-	-	-
Курсовой проект (работа)	-	-	-

Расчетно-графические работы	-	-	-
Реферат	-	-	-
Подготовка к практическим занятиям	64	64	-
Контрольная работа	8	8	-
Вид промежуточной аттестации – экзамен	36	36	
Общая трудоемкость час / зач. ед.	144/4	144/4	-

4. Содержание дисциплины

4.1. Разделы дисциплины и трудоемкость по видам учебных занятий

№ п/п	Раздел/тема Дисциплины	Общая трудоемкость	Виды учебных занятий, включая самостоятельную работу обучающихся, час		
			Контактная работа		Самостоятель- ная работа обучающихся
			лекции	практические занятия	
1.	Тема 1. Действительные числа	6	1	1	4
2.	Тема 2. Основы теории множеств	6	1	1	4
3.	Тема 3. Понятие функции. Предел функции	6	1	1	4
4.	Тема 4. Производная функции	6	1	1	4
5.	Тема 5. Дифференцирование функций	6	1	1	4
6.	Тема 6. Функция нескольких переменных	6	1	1	4
7.	Тема 7. Неопределенный интеграл	6	1	1	4
8.	Тема 8. Определенный интеграл	6	1	1	4
9.	Тема 9. Дифференциальные уравнения	6	1	1	4
10.	Тема 10. Матрицы и определители	6	1	1	4
11.	Тема 11. Решение систем линейных алгебраических уравнений	6	1	1	4
12.	Тема 12. Векторы на плоскости и в пространстве	6	1	1	4
13.	Тема 13. Линии на плоскости	6	1	1	4
14.	Тема 14. Поверхности и линии в пространстве	6	1	1	4
15.	Тема 15. Случайные	6	1	1	4

№ п/п	Раздел/тема Дисциплины	Общая трудоемкость	Виды учебных занятий, включая самостоятельную работу обучающихся, час		
			Контактная работа		Самостоятель- ная работа обучающихся
			лекции	практические занятия	
	события. Основные формулы для вычисления вероятности событий				
16.	Тема 16. Предельные теоремы	6	1	1	4
17.	Тема 17. Задачи математической статистики. Статистические оценки	6	1	1	4
18.	Тема 18. Элементы теории корреляции	6	1	1	4
Всего		108	18	18	72
Экзамен		36	-	-	-
Итого		144	18	18	72

4.2. Содержание разделов дисциплины

Тема 1. Действительные числа

Действительные числа и числовая ось. Интервал, окрестность точки. Абсолютная величина числа.

Тема 2. Основы теории множеств

Понятие множества. Конечные и бесконечные множества. Операции над множествами. Алгебраические свойства операций над множествами.

Тема 3. Понятие функции. Понятие функции. Предел функции

Определение функции. Область определения и область значений функций. Способы задания функций. Основные элементарные функции. Сложная функция. Неявные функции. Обратная функция. Функции, используемые в экономике. Предел функции. Основные теоремы о пределах. Первый замечательный предел. Второй замечательный предел. Способы вычисления пределов. Односторонние пределы. Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Сравнение бесконечно малых. Эквивалентные бесконечно малые.

Тема 4. Производная функции

Определение производной. Геометрический, физический и экономический смысл производной. Таблица производных. Правила дифференцирования.

Тема 5. Дифференцирование функций

Производная сложной функции. Логарифмическая производная. Производная неявной функции и функции, заданной параметрически. Дифференциал функции и его использование в приближенных вычислениях. Производные и дифференциалы высших порядков. Теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа и Коши. Правило Лопиталя.

Тема 6. Функция нескольких переменных

Понятие функции нескольких переменных. Предел и непрерывность функций нескольких переменных.

Тема 7. Неопределенный интеграл

Первообразная функция. Неопределенный интеграл. Таблица основных интегралов. Правила интегрирования. Способы интегрирования: непосредственное, заменой переменной,

интегрирование по частям. Понятие об интегрировании рациональных, иррациональных и тригонометрических функций.

Тема 8. Определенный интеграл

Геометрический смысл определенного интеграла. Простейшие свойства определенного интеграла. Формула Ньютона-Лейбница. Замена переменной и интегрирование по частям в определенном интеграле. Применение определенных интегралов для вычисления площади фигуры, объема тела, длины дуги. Экономические приложения интегрального исчисления.

Тема 9. Дифференциальные уравнения

Общие сведения и понятия. Дифференциальные уравнения первого порядка, с разделяющимися переменными. Однородные дифференциальные уравнения первого порядка. Дифференциальные уравнения высших порядков. Интегрирование линейных дифференциальных уравнений первого и второго порядков.

Тема 10. Матрицы и определители

Матрицы, их виды, основные операции над матрицами. Определители. Свойства определителей и способы вычисления. Обратная матрица. Способы вычисления обратной матрицы. Ранг матрицы.

Тема 11. Решение систем линейных алгебраических уравнений

Системы линейных алгебраических уравнений. Теорема Кронекера-Капелли. Формулы Крамера, методом Гаусса. Матричная запись системы линейных уравнений. Решение системы линейных уравнений с помощью обратной матрицы.

Тема 12. Векторы на плоскости и в пространстве

Понятие вектора. Линейные операции над векторами. Разложение вектора по базису. Системы координат. Скалярное произведение векторов. Векторное и смешанное произведение векторов и их свойства.

Тема 13. Линии на плоскости

Основные задачи аналитической геометрии на плоскости. Прямая линия на плоскости, различные уравнения прямой. Кривые второго порядка на плоскости: окружность, эллипс, гипербола, парабола, их свойства и уравнения.

Тема 14. Поверхности и линии в пространстве

Уравнения плоскости и прямой в пространстве. Угол между плоскостями. Угол между прямыми. Угол между прямой и плоскостью. Поверхности второго порядка.

Тема 15. Случайные события. Основные формулы для вычисления вероятности событий

Элементы комбинаторики. Случайные события. Операции над событиями. Пространство элементарных исходов. Классическое и статистическое определение вероятности события. Примеры применения теории вероятностей в экономике.

Совместные и несовместные события. Теорема сложения вероятностей. Условная вероятность. Теорема умножения вероятностей

Формула полной вероятности. Формула Байеса. Формула Бернулли. Формула Пуассона.

Случайные величины, их типы и законы распределения. Функции распределения и их свойства. Числовые характеристики случайных величин. Основные законы распределения: равномерное, показательное, нормальное распределение.

Тема 16. Предельные теоремы

Асимптотические предельные теоремы. Закон больших чисел. Теорема Чебышева. Предельные центральные теоремы. Теорема и неравенство Ляпунова. Цепи Маркова и их использование в моделировании социально-экономических процессов.

Тема 17. Задачи математической статистики. Статистические оценки

Выборочная и генеральная совокупности. Типы выборок. Вариационный ряд и его характеристики. Статистическое распределение выборки. Эмпирическая функция распределения. Полигон частот и гистограмма. Выборочная средняя и дисперсия. Статистические оценки и их свойства. Точность оценки. Доверительный интервал и доверительная вероятность. Методы получения статистических оценок.

Тема 18. Элементы теории корреляции

Корреляционная зависимость. Кривые регрессии. Ковариация. Коэффициенты корреляции, корреляционное отношение, их свойства. Эмпирические кривые регрессии. Определение параметров регрессии. Оценка параметров нелинейных регрессий.

4.3. Практические занятия / лабораторные занятия

- Занятие 1. Действительные числа
- Занятие 2. Основы теории множеств
- Занятие 3. Понятие функции. Предел функции
- Занятие 4. Производная функции
- Занятие 5. Дифференцирование функций
- Занятие 6. Функция нескольких переменных
- Занятие 7. Неопределенный интеграл
- Занятие 8. Определенный интеграл
- Занятие 9. Дифференциальные уравнения
- Занятие 10. Матрицы и определители
- Занятие 11. Решение систем линейных алгебраических уравнений
- Занятие 12. Векторы на плоскости и в пространстве
- Занятие 13. Линии на плоскости
- Занятие 14. Поверхности и линии в пространстве
- Занятие 15. Случайные события. Основные формулы для вычисления вероятности событий
- Занятие 16. Предельные теоремы
- Занятие 17. Задачи математической статистики. Статистические оценки
- Занятие 18. Элементы теории корреляции

5. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

5.1. Основная литература

1. Балдин, К. В. Высшая математика: учебник: [16+] / К. В. Балдин, В. Н. Башлыков, А. В. Рукосуев; под общ. ред. К. В. Балдина. – 3-е изд., стер. – Москва: ФЛИНТА, 2021. – 360 с.: табл., граф., схем. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=79497>

2. Математика: теория вероятностей: учебное пособие: [16+] / Н. А. Лукьянова, Д. В. Семенова, А. Б. Лейнартене, Е. Е. Голденко; Сибирский федеральный университет. – Красноярск: Сибирский федеральный университет (СФУ), 2021. – 402 с.: ил. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=706643>

5.2. Дополнительная литература

1. Математика: учебное пособие: [16+] / С. Н. Веричев, А. В. Горбыш, О. Е. Рощенко, Е. А. Лебедева; Новосибирский государственный технический университет. – Новосибирск: Новосибирский государственный технический университет, 2019. – 174 с.: ил., табл. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=575491>
2. Математика: учебное пособие для студентов экономических направлений: [16+] / Т. А. Гулай, А. Ф. Долгополова, В. А. Жукова [и др.]; Ставропольский государственный аграрный университет. – 6-е изд., перераб. и доп. – Ставрополь: Ставропольский государственный аграрный университет (СтГАУ), 2021. – Часть 1. – 92 с.: ил., табл. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=700858>

5.3. Лицензионное программное обеспечение

1. Microsoft Windows 10 Pro
2. Microsoft Office 2007

5.4. Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы

1. Компьютерные информационно-правовые системы «Консультант» <http://www.consultant.ru> , «Гарант» <http://www.garant.ru>
2. Официальный интернет-портал правовой информации <http://pravo.gov.ru>
3. Административно-управленческий портал <http://www.aup.ru/>
4. Портал государственной гражданской службы <https://gossluzhba.gov.ru>
5. Научная электронная библиотека <http://www.elibrary.ru>
6. ЭБС «Университетская библиотека онлайн» <https://biblioclub.ru/index.php>

6. Материально-техническое обеспечение дисциплины

1. Лекционная аудитория, аудитория для групповых и индивидуальных консультаций, оснащенная комплектом мебели для учебного процесса, учебной доской, персональным компьютером, плазменной панелью.

2. Аудитория для проведения практических и семинарских занятий, текущего контроля и промежуточной аттестации, оснащенная комплектом мебели для учебного процесса, учебной доской, персональным компьютером, плазменной панелью.

3. Аудитория для самостоятельной работы студентов, оснащенная комплектом мебели для учебного процесса, учебной доской, персональными компьютерами с возможностью подключения к сети «Интернет» и доступом к электронной информационно-образовательной среде Университета.

7. Методические рекомендации по организации изучения дисциплины

7.1. Методические рекомендации преподавателю

Данный раздел настоящей рабочей программы предназначен для начинающих преподавателей и специалистов-практиков, не имеющих опыта преподавательской работы.

Дисциплина «Математика» формирует у обучающихся компетенции УК-1, УК-6. В условиях конструирования образовательных систем на принципах компетентностного подхода произошло концептуальное изменение роли преподавателя, который, наряду с традиционной ролью носителя знаний, выполняет функцию организатора научно-поисковой работы обучающегося, консультанта в процедурах выбора, обработки и интерпретации информации, необходимой для практического действия и дальнейшего развития, что должно обязательно учитываться при проведении лекционных и практических занятий по дисциплине «Математика».

Преподавание теоретического (лекционного) материала по дисциплине «Математика» осуществляется на основе междисциплинарной интеграции и четких междисциплинарных связей в рамках образовательной программы и учебного плана по направлению 38.03.04 Государственное и муниципальное управление.

Подробное содержание отдельных разделов дисциплины «Математика» рассматривается в п.4.2 рабочей программы.

Методика определения итогового семестрового рейтинга обучающегося по дисциплине «Математика» представлена в составе ФОС по дисциплине в п.8 настоящей рабочей программы.

Примерные варианты практических и контрольных заданий для текущего контроля и перечень вопросов к экзамену по дисциплине представлены в составе ФОС по дисциплине в п.8 настоящей рабочей программы.

Перечень основной и дополнительной литературы и нормативных документов, необходимых в ходе преподавания дисциплины «Математика», приведен в п.5 настоящей рабочей программы.

7.2. Методические указания обучающимся

Получение углубленных знаний по дисциплине достигается за счет активной самостоятельной работы обучающихся. Выделяемые часы целесообразно использовать для знакомства с учебной и научной литературой по проблемам дисциплины, анализа научных концепций.

В рамках дисциплины предусмотрены различные формы контроля уровня достижения обучающимися заявленных индикаторов освоения компетенций. Форма текущего контроля – активная работа на практических занятиях, контрольная работа. Формой промежуточного контроля по данной дисциплине является экзамен, в ходе которого оценивается уровень достижения обучающимися заявленных индикаторов освоения компетенций.

Методические указания по освоению дисциплины.

Лекционные занятия проводятся в соответствии с содержанием настоящей рабочей программы и представляют собой изложение теоретических основ дисциплины.

Посещение лекционных занятий является обязательным.

Конспектирование лекционного материала допускается как письменным, так и компьютерным способом.

Регулярное повторение материала конспектов лекций по каждому разделу в рамках подготовки к текущим формам аттестации по дисциплине является одним из важнейших видов самостоятельной работы студента в течение семестра, необходимой для качественной подготовки к промежуточной аттестации по дисциплине.

Проведение практических занятий по дисциплине «Математика» осуществляется в следующих формах:

- опрос по материалам, рассмотренным на лекциях и изученным самостоятельно по рекомендованной литературе;
- выполнение расчетных заданий по темам.

Посещение практических занятий и активное участие в них является обязательным.

Подготовка к практическим занятиям обязательно включает в себя изучение конспектов лекционного материала и рекомендованной литературы для адекватного понимания условия и способа решения заданий, запланированных преподавателем на конкретное практическое занятие.

Методические указания по выполнению различных форм внеаудиторной самостоятельной работы

Изучение основной и дополнительной литературы по дисциплине проводится на регулярной основе в разрезе каждого раздела в соответствии с приведенными в п.7 рабочей программы рекомендациями для подготовки к промежуточной аттестации по дисциплине «Математика». Список основной и дополнительной литературы по дисциплине приведен в п.5 настоящей рабочей программы.

Методические указания по подготовке к промежуточной аттестации

Промежуточная аттестация по дисциплине «Математика» проходит в форме экзамена. Примерный перечень вопросов к экзамену по дисциплине «Математика» и критерии оценки ответа обучающегося на экзамене для целей оценки достижения заявленных индикаторов сформированности компетенции приведены в составе ФОС по дисциплине в п.8 настоящей рабочей программы.

Обучающийся допускается к промежуточной аттестации по дисциплине независимо от результатов текущего контроля.

8. Фонд оценочных средств по дисциплине

8.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения дисциплины. Формы контроля формирования компетенций

Код и наименование компетенций	Индикаторы достижения компетенции	Форма контроля	Этапы формирования (разделы дисциплины)
--------------------------------	-----------------------------------	----------------	---

УК-1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	ИУК-1.1. Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие ИУК-1.2. Осуществляет поиск, критически оценивает, обобщает, систематизирует и ранжирует информацию, требуемую для решения поставленной задачи ИУК-1.3. Рассматривает и предлагает рациональные варианты решения поставленной задачи, используя системный подход, критически оценивает их достоинства и недостатки	Промежуточный контроль: экзамен Текущий контроль: Решение задач на практических занятиях; контрольная работа	1-18
УК-6. Способен управлять своим временем, выстраивать и реализовывать траекторию саморазвития на основе принципов образования в течение всей жизни	ИУК-6.1. Использует инструменты и методы управления временем при выполнении конкретных задач, проектов, при достижении поставленных целей ИУК-6.2. Определяет приоритеты собственной деятельности, личностного развития и профессионального роста	Промежуточный контроль: экзамен Текущий контроль: Решение задач на практических занятиях; контрольная работа	1-18

8.2. Показатели и критерии оценивания компетенций при изучении дисциплины, описание шкал оценивания

8.2.1 Критерии оценки ответа на экзамене

(формирование компетенций: УК-1, индикаторы ИУК-1.1, ИУК-1.2, ИУК-1.3; УК-6, индикаторы ИУК-6.1, ИУК-6.2)

«5» (отлично): обучающийся демонстрирует системные теоретические знания, практические навыки, владеет терминами, делает аргументированные выводы и обобщения, приводит примеры, показывает свободное владение монологической речью и способность быстро реагировать на уточняющие вопросы.

«4» (хорошо): обучающийся демонстрирует прочные теоретические знания, практические навыки, владеет терминами, делает аргументированные выводы и обобщения, приводит примеры, показывает свободное владение монологической речью, но при этом делает несущественные ошибки, которые быстро исправляет самостоятельно или при незначительной коррекции преподавателем.

«3» (удовлетворительно): обучающийся демонстрирует неглубокие теоретические знания, проявляет слабо сформированные навыки анализа явлений и процессов, недостаточное умение делать аргументированные выводы и приводить примеры, показывает не достаточно свободное владение монологической речью, терминами, логичностью и последовательностью изложения, делает ошибки, которые может исправить только при коррекции преподавателем.

«2» (неудовлетворительно): обучающийся демонстрирует незнание теоретических основ предмета, отсутствие практических навыков, не умеет делать аргументированные

выводы и приводить примеры, показывает слабое владение монологической речью, не владеет терминами, проявляет отсутствие логичности и последовательности изложения, делает ошибки, которые не может исправить даже при коррекции преподавателем, отказывается отвечать на дополнительные вопросы.

8.2.2 Критерии оценки работы обучающегося на практических занятиях

(формирование компетенций: УК-1, индикаторы ИУК-1.1, ИУК-1.2, ИУК-1.3; УК-6, индикаторы ИУК-6.1, ИУК-6.2)

«5» (отлично): выполнены все практические задания, предусмотренные практическими занятиями, обучающийся четко и без ошибок ответил на все контрольные вопросы, активно работал на практических занятиях.

«4» (хорошо): выполнены все практические задания, предусмотренные практическими занятиями, обучающийся с корректирующими замечаниями преподавателя ответил на все контрольные вопросы, достаточно активно работал на практических занятиях.

«3» (удовлетворительно): выполнены все практические задания, предусмотренные практическими занятиями с замечаниями преподавателя; обучающийся ответил на все контрольные вопросы с замечаниями.

«2» (неудовлетворительно): обучающийся не выполнил или выполнил неправильно практические задания, предусмотренные практическими занятиями; студент ответил на контрольные вопросы с ошибками или не ответил на контрольные вопросы.

8.2.3 Критерии оценки контрольной работы

(формирование компетенций: УК-1, индикаторы ИУК-1.1, ИУК-1.2, ИУК-1.3; УК-6, индикаторы ИУК-6.1, ИУК-6.2)

«5» (отлично): все задания контрольной работы выполнены без ошибок в течение отведенного на работу времени; работа выполнена самостоятельно, присутствуют собственные обобщения, заключения и выводы; отсутствуют орфографические и пунктуационные ошибки.

«4» (хорошо): задания контрольной работы выполнены с незначительными замечаниями в полном объеме либо отсутствует решение одного задания; работа выполнена самостоятельно, присутствуют собственные обобщения, заключения и выводы; отсутствуют грубые орфографические и пунктуационные ошибки.

«3» (удовлетворительно): задания контрольной работы имеют значительные замечания; работа выполнена самостоятельно, присутствуют собственные обобщения; присутствуют грубые орфографические и пунктуационные ошибки.

«2» (неудовлетворительно): задания в контрольной работе выполнены не полностью или неправильно; отсутствуют или сделаны неправильно выводы и обобщения; присутствуют грубые орфографические и пунктуационные ошибки.

8.2.4. Итоговое соответствие балльной шкалы оценок и уровней сформированности компетенций по дисциплине:

Уровень сформированности компетенции	Оценка	Пояснение
Высокий	«5» (отлично)	теоретическое содержание и практические навыки по дисциплине освоены полностью; все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены на высоком уровне; компетенции сформированы
Средний	«4» (хорошо)	теоретическое содержание и практические навыки по дисциплине освоены полностью; все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены с незначительными замечаниями;

		компетенции в целом сформированы
Удовлетворительный	«3» (удовлетворительно)	теоретическое содержание и практические навыки по дисциплине освоены частично, но пробелы не носят существенного характера; большинство предусмотренных программой обучения учебных задач выполнено, но в них имеются ошибки; компетенции сформированы частично
Неудовлетворительный	«2» (неудовлетворительно)	теоретическое содержание и практические навыки по дисциплине не освоены; большинство предусмотренных программой обучения учебных заданий либо не выполнено, либо содержит грубые ошибки; дополнительная самостоятельная работа над материалом не приводит к какому-либо значимому повышению качества выполнения учебных заданий; компетенции не сформированы

8.3. Методические материалы (типовые контрольные задания), определяющие результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с индикаторами достижения

Контрольные задания, применяемые в рамках текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине, носят универсальный характер и предусматривают возможность комплексной оценки всего набора заявленных по данной дисциплине индикаторов сформированности компетенций.

8.3.1. Текущий контроль (работа на практических занятиях)

(формирование компетенций: УК-1, индикаторы ИУК-1.1, ИУК-1.2, ИУК-1.3; УК-6, индикаторы ИУК-6.1, ИУК-6.2)

Примеры заданий для практических занятий

1. Решить системы уравнения методом обратной матрицы и по формулам Крамера:

$$1. \begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 8, \\ -2x_1 + 3x_2 - 3x_3 = -5, \\ 3x_1 - 4x_2 + 5x_3 = 10. \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 = 0, \\ 3x_1 + 4x_3 + 6 = 0, \\ x_1 + x_3 = 1. \end{cases}$$

2. Решить системы уравнений методом Жордана-Гаусса:

$$1. \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 6, \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 = 4, \\ 3x_1 + x_2 - 4x_3 = 0. \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 - x_3 + x_4 = -3, \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 + 4x_4 = 8, \\ x_1 + x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 6, \\ -x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 5x_4 = 3. \end{cases}$$

3. Найти любые два базисных решения системы линейных уравнений

$$1. \begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 - x_4 + 5x_5 = 2, \\ x_1 - x_2 + x_3 + x_4 - 2x_5 = 1, \\ 3x_1 + 3x_2 - 3x_3 - 3x_4 + 4x_5 = 3. \end{cases} \quad 2. \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + 5x_5 = 5, \\ 5x_1 - 2x_2 - 2x_3 + 3x_4 + x_5 = 2, \\ x_1 - 2x_2 - 3x_3 + 4x_4 + x_5 = -2. \end{cases}$$

4. Привести уравнения к каноническому виду и построить кривые:

$$1. \begin{cases} 1. 4x^2 + 9y^2 + 8x - 36y - 104 = 0, \\ 2. 25x^2 - 9y^2 - 150x - 36y - 36 = 0, \\ 3. 4y^2 - 9y + 3x = 0 \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} 1. 4x^2 + 9y^2 + 16x + 54y - 227 = 0, \\ 2. 25x^2 - 4y^2 - 150x - 8y + 121 = 0, \\ 3. y^2 - 3x - 4y + 7 = 0 \end{cases}$$

5. Для функции $z = f(x, y)$ найти и изобразить область определения.

$$1. z = \ln(x^2 + y^2 - 6x + 4y) + \frac{1}{\sqrt{2x + y}}.$$

$$2. z = \arcsin \frac{x^2 + 4x + y}{4}.$$

$$3. z = \arcsin \frac{y^2 + 4y + x}{4}.$$

$$4. z = \sqrt{\ln(3x + 5y - 5)} + \sqrt{3 - y^2 + 2y + x}.$$

6. Найти частные производные функции $z = f(x, y)$. Показать, что $z''_{xy} = z''_{yx}$.

$$1. z = \frac{y}{x} - \frac{x}{y};$$

$$2. z = y \cdot e^{xy};$$

$$3. z = \ln(x^2 + 2y^2);$$

$$4. z = \arctg\left(\frac{y}{x}\right);$$

$$5. z = x \cdot e^{-xy};$$

$$6. z = \arctg\left(\frac{x}{y}\right)$$

7. Найти наименьшее и наибольшее значения функции $z = f(x, y)$ в замкнутой области.

$$1. z = x^2 + 2xy - 3y^2 + y; \quad 0 \leq y \leq 1, \quad 0 \leq x + y \leq 1.$$

$$2. z = x^2 + y^2 - 9xy + 27; \quad 0 \leq x \leq 3, \quad 0 \leq y \leq 3.$$

$$3. z = x^2 - xy + y^2 - 4x; \quad x = 0, y = 0, \quad 2x + 3y - 12 = 0.$$

8. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $F(x_1, x_2)$ в области решений системы линейных неравенств геометрически.

$$1. F(x_1, x_2) = x_1^2 + x_2^2 - 8x_1 - 18x_2 + 13$$

$$\begin{cases} 0 \leq x_1 \leq 5, \\ 0 \leq x_2 \leq 10, \\ x_1 + x_2 \leq 12. \end{cases}$$

$$2. F(x_1, x_2) = x_1^2 + 4x_2^2 - 8x_1 - 56x_2 + 212$$

$$\begin{cases} 7x_1 + 15x_2 \leq 105, \\ 2x_1 + x_2 \leq 14, \\ x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0. \end{cases}$$

$$3. F(x_1, x_2) = 2x_1^2 + 4x_2^2 - 28x_1 - 24x_2 + 134$$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \geq 2, \\ x_1 + x_2 \leq 6, \\ 2x_1 + x_2 \leq 11, \\ x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0. \end{cases}$$

$$4. F(x_1, x_2) = x_1^2 + x_2^2 - 8x_1 - 8x_2 + 40$$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \leq 8, \\ -x_1 + x_2 \leq 2, \\ 0 \leq x_1 \leq 6, \\ x_2 \geq 0. \end{cases}$$

9. В партии из 12 деталей содержатся три детали низкого качества. Наугад выбраны четыре детали. Составить ряд распределения числа деталей низкого качества среди выбранных. Найти математическое ожидание, дисперсию, функцию распределения случайной величины.

10. Игрок поочередно покупает билеты двух разных лотерей до первого выигрыша. Вероятность выигрыша по одному билету первой лотереи составляет 0,2, а второй - 0,3. Игрок вначале покупает билет первой лотереи. Составить закон распределения случайной величины X — числа купленных билетов, если он может купить не более 5 билетов.

Вычислить $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$.

11. Вероятность попадания в цель первым стрелком равна 0,9; вторым - 0,8; третьим - 0,7. Составить закон распределения случайной величины X — числа попаданий в цель, если каждый стрелок производит по одному выстрелу. Определить математическое ожидание, дисперсию и функцию распределения случайной величины X .

12. Автомобиль на пути к месту назначения встретит пять светофоров, каждый из

которых пропустит его с вероятностью $p=1/3$. Составить закон распределения случайной величины X – числа светофоров, пройденных машиной до первой остановки или до прибытия к месту назначения. Найти математическое ожидание, дисперсию и функцию распределения случайной величины X .

13. В партии, содержащей 20 изделий, имеется четыре изделия с дефектами. Наудачу отобрали три изделия для проверки их качества. Составить закон распределения случайной величины X – числа дефектных изделий, содержащихся в указанной выборке. Найти математическое ожидание, дисперсию и функцию распределения случайной величины X .

14. В урне 4 белых и 3 черных шара. Из нее последовательно вынимают шары до первого появления белого шара. Составить ряд распределения случайной величины X – числа извлеченных шаров. Найти математическое ожидание, дисперсию и функцию распределения случайной величины X .

8.3.2. Текущий контроль (контрольная работа)

(формирование компетенций: УК-1, индикаторы ИУК-1.1, ИУК-1.2, ИУК-1.3; УК-6, индикаторы ИУК-6.1, ИУК-6.2)

Примерные задания для контрольной работы

1. Привести примеры элементарных и неэлементарных функций.
2. Построить графики обратных тригонометрических функций.
3. Доказать, что первый замечательный предел равен 1.
4. Привести пример функции, имеющей разрывы 2-го рода.
5. Логарифмическая производная, производная функции, заданной параметрически, производная функции, заданной неявно.
6. Предел и непрерывность функций нескольких переменных.
7. Производная в данном направлении.
8. Градиент.
9. Доказать формулу интегрирования по частям для неопределенного интеграла.
10. Вывести таблицу неопределенных интегралов.
11. Разобрать методы решений однородных дифференциальных уравнений первого порядка и линейных дифференциальных уравнений первого порядка.
12. Доказать, что элементарные преобразования приводят к равносильной системе линейных уравнений.
13. Обосновать метод Гаусса нахождения обратной матрицы.
14. Вычислить определитель матрицы

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 4 & 5 \\ 4 & 9 & 16 & 25 \\ 8 & 27 & 64 & 125 \end{pmatrix}$$

15. Обратная матрица.
16. Решение систем линейных алгебраических уравнений по формулам Крамера, матричным методом.
17. Решение систем линейных однородных алгебраических уравнений.
18. Уравнение линии на плоскости.
19. Прямая на плоскости.
20. Уравнения прямой.
21. Канонические уравнения поверхностей второго порядка.
22. Плоскость. Уравнения плоскости.
23. Взаимные положения плоскостей.
24. Прямая в пространстве.
25. Взаимные положения прямых, прямой и плоскости.
26. Привести пример независимых и зависимых событий.
27. Привести примеры совместных и несовместных событий.

28. Доказать самостоятельно формулу полной вероятности.
29. Вывести формулу Бернулли.
30. Запишите ряд распределения числа успехов в серии $n = 6$ независимых испытаний для вероятности успеха в одном испытании $p = 0,5$.
31. Постройте функцию распределения для числа успехов в 7 независимых испытаниях, если вероятность успеха в одном испытании равна $p = 0,5$.
32. Докажите свойства функции распределения случайной величины.
33. Выведите основные свойства математического ожидания случайной величины.
34. Найдите числовые характеристики биномиального распределения.
35. Найдите числовые характеристики нормального распределения.
36. Вычислите числовые характеристики равномерного и показательного распределений.
37. Изучение темы: Предельные теоремы.
38. Совокупности и выборки.
39. Доверительные интервалы.
40. Методы получения статистических оценок
41. Проверка гипотезы о значимости выборочного коэффициента корреляции.
42. Построение эмпирических и теоретических линий регрессии.

8.3.3. Промежуточный контроль (вопросы к экзамену)

(формирование компетенций: УК-1, индикаторы ИУК-1.1, ИУК-1.2, ИУК-1.3; УК-6, индикаторы ИУК-6.1, ИУК-6.2)

Теоретический блок вопросов

1. Понятие действительных чисел. Абсолютная величина. Понятие множества. Конечные и бесконечные множества. Операции над множествами.
2. Понятие функции. Способы задания функций. Примеры. Элементарные функции.
3. Предел функции. Основные теоремы о пределах. Первый замечательный предел, его геометрический смысл. Второй замечательный предел.
4. Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Сравнение бесконечно малых. Эквивалентные бесконечно малые.
5. Непрерывность функции в точке. Точки разрыва функции и их классификация. Примеры.
6. Производная функции, её геометрический и экономический смысл.
7. Производные элементарных функций.
8. Основные правила дифференцирования.
9. Дифференциал функции и его использование в приближенных вычислениях.
10. Производные и дифференциалы высших порядков.
11. Правило Лопиталя.
12. Возрастание и убывание функции. Исследование возрастания и убывания функции с помощью производной.
13. Экстремум функции. Необходимое условие экстремума. Достаточные условия экстремума.
14. Выпуклость графика функции. Исследование выпуклости с помощью второй производной. Точки перегиба.
15. Асимптоты. Общая схема исследования функций.
16. Понятие функции нескольких переменных, частные производные и дифференциал.
17. Необходимое и достаточное условия локального экстремума функции двух переменных.
18. Первообразная. Понятие неопределенного интеграла.
19. Свойства неопределенного интеграла. Табличные интегралы.
20. Замена переменной в неопределенном интеграле. Формула интегрирования по частям.
21. Определенный интеграл, его геометрический смысл и свойства. Формула Ньютона - Лейбница.
22. Замена переменной в определенном интеграле и интегрирование по частям.
23. Геометрические приложения определенного интеграла.

24. Несобственные интегралы. Определение, примеры.
25. Системы линейных уравнений, основные понятия. Метод Гаусса.
26. Ранг матрицы. Теорема Кронекера – Капелли. Решение неопределенных систем линейных уравнений. Общее, частное и базисное решения системы линейных уравнений.
27. Определители и их свойства. Способы вычисления определителей.
28. Матрицы и действия с ними. Свойства операций над матрицами.
29. Обратная матрица и способы ее нахождения.
30. Решение систем линейных уравнений с помощью формул Крамера и с помощью обратной матрицы.
31. Основные понятия теории вероятностей. Операции над событиями.
32. Теорема сложения вероятностей.
33. Условная вероятность. Независимость событий. Теорема умножения вероятностей.
34. Формула полной вероятности.
35. Формула Байеса.
36. Определение случайной величины. Функция распределения и ее свойства.
37. Ряд распределения, полигон и функция распределения дискретной случайной величины.
38. Плотность распределения и функция распределения непрерывной случайной величины.
39. Математическое ожидание дискретной и непрерывной случайной величины.
40. Дисперсия и среднее квадратическое отклонение дискретной и непрерывной случайной величины.
41. Распределения дискретных случайных величин: биномиальное, Пуассона. Их числовые характеристики.
42. Равномерное и показательное распределения, их числовые характеристики.
43. Нормальное распределение и его числовые характеристики.
44. Выборочная и генеральная совокупности. Типы выборок. Статистическое распределение выборки.
45. Эмпирическая функция распределения. Полигон частот и гистограмма.
46. Выборочная средняя и выборочная дисперсия.
47. Точечная и интервальная оценки.
48. Статистические гипотезы. Ошибки первого и второго рода.
49. Проверка гипотезы о распределении генеральной совокупности.
50. Выборочное уравнение регрессии.

Практический блок вопросов

1. Вычислить: а). $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{3x+1}}{\cos \frac{\pi(x+1)}{2}}$ б). $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x)^3 - (1+3x)}{x^2 + x^5}$
- в). $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3 - (n-1)^3}{(n+1)^4 - n^4}$ г). $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^3 + 1}{n^3 - 1} \right)^{2n - n^3}$ д). $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{(e^{3x} - 1)^2}$
2. Вычислить односторонние пределы:

$\lim_{x \rightarrow 5 \pm 0} \frac{|x-5|}{x-5}$

$\lim_{x \rightarrow 4 \pm 0} \frac{1}{3^{x-4}}$
3. Найти точки разрыва функций, определить их характер:

$$y = \begin{cases} -1, & x < 0 \\ -\cos x, & 0 \leq x < \frac{\pi}{2} \\ \frac{\pi}{2} + x, & x > \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

а). $y = \frac{10}{2x + x^2}$ б).

4. Найти производные:

а). $y = \ln \operatorname{tg} \frac{x}{2}$ б). $y = \sqrt{1+2x} - \ln(x + \sqrt{1+2x})$

в). $y = x^{e^{\operatorname{tg} x}}$ г). $y = \operatorname{arctg} \sqrt{4x^2 - 1}$

5. Найти производную второго порядка функции $y = \sqrt{1+x^2}$.

6. Если $f(x) = \ln(x^3 - 2x)$, то $f'(2) = \dots$

7. Если $f(x) = \cos 3x - \frac{x^2}{2} + 3x$, то $f''(0) = \dots$

8. Вычислить $\frac{d}{dx}(\ln^2(e^{2x} + 3))$, $\frac{d}{dx}(\operatorname{arctg} \frac{1}{x})$.

9. Провести полное исследование функций и построить графики:

а). $y = \frac{x^3 + 4}{x^2}$ б). $y = \frac{2}{x^2 + 2x}$

10. Вычислить:

а). $\int \frac{dx}{\sqrt[3]{x}}$ б). $\int \frac{(5+x)^2}{x} dx$ в). $\int \frac{dx}{x^2 + 9}$ г). $\int \frac{dx}{7 - x^2}$

11. Вычислить:

а). $\int \frac{x^5 + 3x + 1}{x^2} dx$ б). $\int \operatorname{ctg}^2 x dx$ в). $\int \frac{\sin^2 x + 5 \sin x - 1}{\sin^2 x} dx$

г). $\int \frac{\sqrt{x^2 - 2} - \sqrt{x^2 + 2}}{\sqrt{x^4 - 4}} dx$

12. Вычислить: а). $\int \frac{\operatorname{arctg}^3 x}{1+x^2} dx$ б). $\int x \cdot \cos(2x+3) dx$ г). $\int \frac{x+3}{x^3 - x} dx$

13. Найти первообразную функции $f(x) = \frac{1}{x}$, удовлетворяющую условию $F(1)=3$.

14. Вычислить определенные интегралы:

а). $\int_0^2 \sqrt{4-x^2} dx$ б). $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x \cos x dx$ в). $\int_0^1 \frac{x dx}{1+x^4}$

15. Вычислить несобственные интегралы: а). $\int_1^{\infty} \frac{dx}{x \cdot \sqrt{\ln x}}$ б). $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{1+x^2}$

16. Найти площадь фигуры, ограниченной параболой $y = 4x - x^2$ и осью Ox .
 17. Вычислить площадь фигуры, ограниченной гиперболой $xy = 4$ и прямой $x + y - 5 = 0$.
 18. Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг оси Ox фигуры, ограниченной параболой $y = -x^2 + 8$ и $y = x^2$.

19. Решить дифференциальные уравнения:

а). $y' = x^4 + \frac{2}{\sqrt{x^3}}$ б). $y' = \frac{y}{x+1}$ в). $y' \cdot \sqrt{1-x^2} = 1+y^2$
 г). $(3+e^x) \cdot y \cdot y' = e^x$ д). $4xdx - 3ydy = 3x^2ydy - 2xy^2dx$

20. Найти частное решение дифференциального уравнения $y' = e^{3x}$, удовлетворяющее условию $y(0)=1$.

21. Найти общее решение дифференциального уравнения

$$x \cdot y \cdot y' = 2x^2 + y^2.$$

22. Найти общее решение дифференциального уравнения

$$x \cdot y' - y = x^2 \cos x.$$

23. Найти решение задачи Коши $2y'' = x$, $y(0)=0$, $y'(0)=0$.

24. Найти решение задачи Коши $3y'' - 2y' - 8y = 0$, $y(0)=1$, $y'(0)=2$.

25. Решить системы:

а). $\begin{cases} 5x + y - z = 7 \\ 2x + 7y - z = 22 \\ x + 2y - z = 6 \end{cases}$ б). $\begin{cases} x - 2y + 3z = 0 \\ x + y + z = 0 \\ 2x - y + 4z = 0 \end{cases}$ в). $\begin{cases} 5x - 2y + 3z = 2 \\ 2x + 5y - 3z = 3 \\ 3x - 7y + 6z = 2 \end{cases}$

26. Вычислить определитель 3-го порядка: $\begin{vmatrix} 1 & -3 & 2 \\ 2 & 1 & 4 \\ 3 & -2 & 3 \end{vmatrix}$.

27. Дана матрица $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$. Найти обратную матрицу A^{-1} .

28. Найти матрицу, обратную данной методом Гаусса: $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$

29. Найти ранг матрицы A , если $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 5 & 0 \\ 1 & 3 & 1 & 1 \\ 3 & 5 & 6 & 1 \\ 2 & 2 & 5 & 0 \end{pmatrix}$

30. Решить матричные уравнения:

а). $X \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -3 \\ 4 & -2 \end{pmatrix}$ б). $\begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 8 & -5 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$

31. Пусть векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ образуют угол $\gamma = \frac{\pi}{6}$, $|\vec{a}| = 7$, $|\vec{b}| = 6$. Найти $|\vec{a} \times \vec{b}|$.
32. Проверить компланарны ли векторы $\vec{a} = \{2, 3, -1\}$, $\vec{b} = \{1, -1, 3\}$, $\vec{c} = \{1, 9, -11\}$.
33. Привести уравнение плоскости $2x + 3y - 2z + 6 = 0$ к уравнению плоскости в отрезках.

34. Написать канонические уравнения прямой:
$$\begin{cases} 6x - 5y + 3z + 8 = 0 \\ 6x + 5y - 4z + 4 = 0 \end{cases}$$

35. Найти расстояние от точки $A(2, 1)$ до прямой $x + 3y - 6 = 0$.
36. Найти расстояние от точки $A(2, 1, 1)$ до плоскости $2x + 3y + z - 9 = 0$.
37. Найти косинус угла между векторами $\vec{a} = \{2, 3, -1\}$, $\vec{b} = \{1, -1, 3\}$.
38. Дана прямая $L: x + 2y + 1 = 0$ и точка $M_0(2, 1)$. Составить уравнение прямой, проходящей через M_0 и параллельной L .
39. Написать канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M_0(-1, 2, 1)$,

параллельно прямой:
$$\begin{cases} x = 4 + 3t \\ y = -3 - 7t \\ z = 5 \end{cases}$$

40. Записать уравнение прямой $x + 2y + 13 = 0$ как уравнение прямой с угловым коэффициентом.
41. Составить уравнение плоскости, которая проходит через точку $M_0(2, -1, 1)$ перпендикулярно плоскостям $2x - y + 3z - 9 = 0$ и $2x + y + z = 0$.
42. Найти угол между плоскостями $2x - 3y + 6z - 9 = 0$ и $4x - y + 8z - 14 = 0$.
43. Пусть даны $\vec{a} = \{2, 3, -1\}$, $\vec{b} = \{1, -1, 3\}$. Найти модули этих векторов и $\vec{a} \cdot \vec{b}$.
44. Доказать, что четыре точки $A(1, 2, -1)$, $B(0, 1, 5)$, $C(-1, 2, 1)$, $D(2, 1, 3)$ лежат в одной плоскости.

45. Написать уравнение плоскости, проходящей через прямую $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{0}$ и точку $M(0, 1, 2)$.

46. Упростить: $2\vec{i} \times (\vec{j} \times \vec{k}) + 3\vec{j} \times (\vec{i} \times \vec{k}) + 4\vec{k} \times (\vec{i} \times \vec{j})$.

47. Вычислить площадь треугольника с вершинами $A(1, 1, 1)$, $B(2, 3, 4)$ и $C(4, 3, 2)$.
48. Написать уравнение прямой, проходящей через точку $M(-1, 2)$ перпендикулярной прямой $-3x + y + 1 = 0$.

49. Из колоды в 52 листа извлекают наудачу 4 листа. Найти вероятность того, что все карты бубновые.

50. Задан закон распределения дискретной случайной величины X :

X	-2	0	2	4	5
p	0,1	0,4	0,1	0,2	0,2

Найти: а) математическое ожидание $M(X)$, дисперсию $D(X)$ и среднее квадратическое отклонение $\sigma(X)$ дискретной случайной величины X ;

б) функцию распределения $F(x)$ и построить ее график.

51. X – число сделок на фондовой бирже за квартал, $n = 400$ (инвесторов)

i											0
---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	---

i	46	7	3	4	3	0					
---	----	---	---	---	---	---	--	--	--	--	--

Необходимо:

- 1) построить полигон и эмпирическую функцию распределения;
- 2) найти выборочную среднюю, выборочную дисперсию, моду, медиану и коэффициент вариации.